

stesse una figura (p. es. un triangolo geodetico) essa potrebbe ricevere sulla superficie tutti quegli spostamenti che una figura piana può ricevere nel suo piano, senza mai cessare d'essere eguale a sé stessa. Naturalmente quest'eguaglianza non si deve riferire che alle lunghezze delle linee ed all'ampiezza degli angoli, giacché la curvatura *assoluta* delle linee non entra qui in considerazione *).

La proprietà ora dimostrata era già nota, ma la dimostrazione precedente ci sembra possedere quel rigore che la natura del nostro soggetto richiede. Del resto il teorema di GAUSS stabilisce che se la proprietà in discorso può competere a qualche superficie, questa superficie è necessariamente fra quelle k cui curvatura sferica è costante.

Non tralasciamo di notare un risultato utile che si deduce facilmente da alcune delle formole precedenti. Il cerchio geodetico col centro nel punto (u_0, v_0) e col raggio p è rappresentato, nel terzo sistema, • dall'equazione

$$u''^2 + v''^2 = \text{altg} V-L_9$$

come risulta dalla formola (6) del testo. Ma dalle (7) di questa Nota, per essere $u_0 = v_0 = I/a^* - r_0 > 0$ si trae

$$u''^2 + v''^2 = \left[\left(\frac{1}{a^*} - r_0 \right)^2 + \frac{1}{a^{*2}} \right] \cdot$$

e dalle (3) si ha pure

dondé

dunque finalmente

$$(a^* - u u_0 - v v_0)^2 = R^2$$

Quest'equazione fornisce la distanza geodetica p di due punti qualunque

*) L'eguaglianza *relativa* di cui si parla sarebbe eguaglianza *assoluta* per un essere i cui concetti geometrici non eccedessero il campo a due dimensioni della superficie considerata, come i nostri non eccedono quello a tre dimensioni dell'ordinario spazio.